

TEMA 10-11. FUNCIONS, LÍMITS I CONTINUÏTAT

1. Donades $f(x) = \frac{x+3}{x+1}$ i $g(x) = \frac{3-x}{x-1}$. Es demana:

a) Calcula $(f \circ g)(x)$.

b) Calcula $(g \circ f)(x)$.

c) Són inverses una de l'altre? Raona la teva resposta.

2. Calcula el domini de definició de les funcions següents:

a) $y = \sqrt{x^2 - 2x}$

b) $y = \frac{x^7}{\sqrt{x^2 - 4x - 5}}$

c) $y = \frac{\sqrt{2}}{x+1}$

3. Calcula els següents límits:

a) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x^3 - 7x^2 + 16x - 12} =$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x^3 + 1}{x^3 - 4x + 1} =$

c) $\lim_{x \rightarrow b} \frac{x - b}{2bx^2 - 2b^2x + b - x} =$

d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 7x + 1} - x) =$

4. Donada la següent funció definida a trossos:

$$y = \begin{cases} x + a & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + ax + 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Es demana:

a) Calcula el valor del paràmetre a perquè la funció sigui contínua en $x = 2$.

b) És contínua a tot \mathbb{R} ?

c) Amb el valor obtingut a l'apartat a), representa-la gràficament

5. Representa i defineix com una funció a trossos:

$$y = |3x - 1| - |x + 2|$$

6. Donades les funcions: $f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = \frac{x+1}{-x+2}$ i $h(x) = \sqrt{x^2 - 1}$. Es demana:

a) Calcula: $(f \circ g)(x)$, $(g \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(2)$.

b) Calcula $g^{-1}(x)$.

c) Calcula el domini de definició de $f(x)$, $g(x)$ i $h(x)$.

7. Un cultiu de bacteris comença amb 100 cèl·lules. Mitja hora després n'hi ha 435. Si aquest cultiu segueix un creixement exponencial del tipus $y = ka^t$ (t en minuts), calcula k i a i representa'n la funció. Quan trigarà a arribar a 5000 bacteris?

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 6x & \text{si } x \neq -2 \\ k & \text{si } x = -2 \end{cases}$$

8. Donada la funció: $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 6x & \text{si } x \neq -2 \\ k & \text{si } x = -2 \end{cases}$. Calcula el valor de k per tal que f(x) sigui una funció contínua en $x = -2$.

9. Calcula el valor de a per tal que es compleixi la següent igualtat:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 + ax - a^2x - a^3}{x^2 + a^2x - ax - a^2} = 1$$

10. Calcula els límits següents:

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - x^4}{x^2 + 1}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - x^2}{x^2 + 2}$