

COL·LEGI
BEAT RAMON LLULL
INCA



FÍSICA
CURS 2007-2008

1. Escriba la expresión matemática de una onda armónica unidimensional como una función de x (distancia) y t (tiempo) y que contenga las magnitudes indicadas en cada uno de los siguientes apartados:

- frecuencia angular ω y velocidad de propagación v
- período T y longitud de onda λ
- frecuencia angular ω y número de onda k
- Explique por qué es una función doblemente periódica

Solución:

La ecuación de una onda armónica unidireccional es:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

$$\omega = 2\pi / T = 2\pi \cdot F, \quad k = 2\pi / \lambda, \quad v = \lambda / T$$

siendo:

y valor de la perturbación en el punto de coordenada x en el instante t	A amplitud en m
ω frecuencia angular en rad/s	k número de onda en rad/m
λ longitud de onda en m	T período en s
v velocidad de propagación en m/s	F frecuencia en Hz

- a) En función de ω y v

$$k = 2\pi / \lambda = 2\pi / (v \cdot T) = 2\pi \cdot F / v = \omega / v$$

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x) = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - \omega \cdot x / v) = A \cdot \text{sen} \omega \cdot (t - x / v)$$

- b) En función de T y λ

$$k = 2\pi / \lambda, \quad \omega = 2\pi / T$$

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x) = A \cdot \text{sen} 2\pi \cdot (t / T - x / \lambda)$$

- c) En función de ω y k

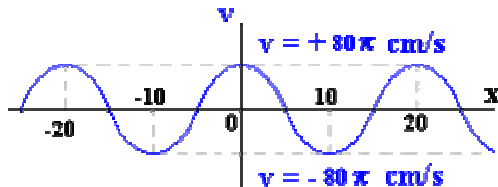
$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

- d) La función es doblemente periódica en el espacio y en el tiempo.

Un punto fijo de coordenada x_0 se ve sometido a una perturbación y cuyo valor varía periódicamente con el tiempo alcanzando el valor máximo de la amplitud.

$$y = A \cdot \text{sen} (\omega \cdot t - k \cdot x_0), \text{ periódica en el tiempo } T = 2\pi/\omega$$

Si por el contrario nos fijamos en todo el medio por el que se propaga la onda, en un instante dado, t_0 , como si hiciéramos una fotografía, se observa que la función es periódica en el espacio; los puntos separados unos de otros por una longitud de onda están sometidos a la misma perturbación en ese instante.



$$y = A \cdot \text{sen} (\omega \cdot t_0 - k \cdot x), \text{ periódica en el espacio } l = 2\pi/k$$

2. Dos ondas transversales definidas por $y_1 = 2 \cdot \text{sen } 2\pi(t/0'1 - x/20)$ e $y_2 = 2 \cdot \text{sen } 2\pi(t/0'1 + x/20)$, donde x es en cm y t en segundos. Calcular: a) Período, frecuencia, longitud de onda, velocidad y sentido de cada onda; b) separación entre puntos nodales si los hubiera; c) elongación y velocidad de un punto de abscisa 10 cm en el instante $t = 2$ s; d) representar la onda en el instante $t = 2$ s.

$$T_1 = T_2 = 0'1 \text{ s} \quad \textcircled{R} \quad F_1 = F_2 = 1/0'1 = 10 \text{ Hz}$$

$$l_1 = l_2 = 20 \text{ cm}$$

$$v_1 = l_1 / T_1 = 20/0'1 = 200 \text{ cm/s}$$

$$v_2 = -l_2 / T_2 = -20/0'1 = -200 \text{ cm/s}$$

La onda resultante de la interferencia de las ondas iniciales será:

$$y = y_1 + y_2 = 2 \cdot \text{sen } 2\pi(t/0'1 - x/20) + 2 \cdot \text{sen } 2\pi(t/0'1 + x/20)$$

$$y = 4 \cdot \text{sen } 2\pi(t/0'1 + t/0'1)/2 \cdot \cos 2\pi(x/20 + x/20)/2 = 4 \cdot \cos \pi \cdot x/10 \cdot \text{sen } 20\pi \cdot t$$

el resultado es una onda estacionaria cuya amplitud depende de la posición x : $A = 4 \cdot \cos \pi \cdot x/10$

Los nodos son los puntos que siempre tienen amplitud cero, es decir son los puntos que cumplen:

$$\cos \pi \cdot x/10 = 0 \quad \textcircled{R} \quad x = (2n+1) \cdot 5, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

la separación de dos nodos consecutivos será: $\Delta x = 20/2 = 10 \text{ cm}$ ó bien:

$$x_{k+1} - x_k = [2 \cdot (k+1) + 1] \cdot 5 - (2 \cdot k + 1) \cdot 5 = 10 \cdot k + 15 - 10 \cdot k - 5 = 10 \text{ cm}$$

En el instante $t = 2$ s la perturbación resultante vale:

$$y = 4 \cdot \cos \pi \cdot x/10 \cdot \text{sen } 20\pi \cdot 2 = 0 \text{ para todo valor de } x$$

pero la velocidad valdrá:

$$v = dy/dt = 4 \cdot 20 \cdot p \cdot \cos p \cdot x/10 \cdot \cos 20 \cdot p \cdot t = 80 \cdot p \cdot \cos p \cdot x/10$$

3. La ecuación de una onda transversal viene dada por la expresión $y = 0'1 \cdot \text{sen } 2 \cdot p \cdot (2 \cdot t - x/1'5)$, en unidades del Sistema Internacional. Determinar su frecuencia, longitud de onda, velocidad de fase y los puntos que están en fase y en oposición de fase en un instante determinado con el punto $x = 2$

Comparando la ecuación general de una onda con la ecuación dada obtenemos:

$$Y = A \cdot \text{sen}(w \cdot t - k \cdot x) = A \cdot \text{sen } 2 \cdot p \cdot (t/T - x/l)$$

$$T = 1/2 = 0'5 \text{ s} \quad , \quad F = 1/T = 2 \text{ Hz} \quad , \quad l = 1'5 \text{ m} \quad , \quad v_{\text{fase}} = l/T = 3 \text{ m/s}$$

Dos puntos están en fase si tienen la misma elongación y velocidad, en valor y sentido, por tanto deben estar separados un múltiplo entero de longitudes de onda. Los puntos en fase con $x = 2 \text{ m}$ serán: $2 + n \cdot 1'5$, $n \in \mathbb{Z}$

Y dos puntos están en oposición de fase si tienen la misma elongación pero sentidos opuestos y están separados un múltiplo impar de semilongitudes de onda. Los puntos en oposición de fase con $x = 2 \text{ m}$ serán: $2 + (2 \cdot n + 1) \cdot 0'75$, $n \in \mathbb{Z}$

4. Calcular en que instantes será máxima la elongación de un punto situado a 3 cm del foco emisor de un movimiento ondulatorio de 0'4 s de período y 12 cm de longitud de onda.

La ecuación de la onda será: $y = A \cdot \text{sen } 2 \cdot p \cdot (t/T - x/l)$

para un valor x determinado, la elongación y va variando con el tiempo y tomará el valor máximo A cuando el seno valga la unidad, es decir, cuando:

$$2 \cdot p \cdot (t/T - x/l) = (4n + 1) \cdot p/2, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$t/T - x/l = n + 1/4 \quad \textcircled{R} \quad t = (n + 1/4 + x/l) \cdot T$$

$$t = (n + 1/4 + 3/12) \cdot 0'4 = 0'4 \cdot n + 0'2, \quad t = 0'2 \text{ s}, 0'6 \text{ s}, 0'10 \text{ s}, \dots$$

5. Se hace vibrar una cuerda de 4'2 m con oscilaciones armónicas transversales con una frecuencia de 300 Hz y una amplitud de 10 cm, tardando las ondas en llegar al otro extremo 0'02 s. Calcular los parámetros de la onda y su elongación, velocidad y aceleración máximos transversales.

$$T = 1/F = 1/300 = 0'0033 \text{ s}$$

$$v = l/T = 4'2/0'02 = 210 \text{ m/s} \quad \textcircled{R} \quad l = v \cdot T = 210 \cdot 0'033 = 0'7 \text{ m}$$

La ecuación de la onda será:

$$y = A \cdot \text{sen } 2 \cdot p \cdot (t/T - x/l) \quad \textcircled{R} \quad y = 0'1 \cdot \text{sen } 2 \cdot p \cdot (t/0'0033 - x/0'7)$$

$$v_y = dy/dt = A \cdot 2 \cdot p/T \cos 2 \cdot p \cdot (t/T - x/l) \quad \textcircled{R} \quad v_{y \text{ máx}} = A \cdot 2 \cdot p/T = 0'1 \cdot 2 \cdot p/0'0033 = 188'5 \text{ m/s}$$

$$a_y = dv_y/dt = -A \cdot (2 \cdot p/T)^2 \text{sen } 2 \cdot p \cdot (t/T - x/l) \quad \textcircled{R} \quad a_{y \text{ máx}} = A \cdot (2 \cdot p/T)^2 = 0'1 \cdot (2 \cdot p/0'0033)^2 = 355306 \text{ m/s}^2$$

6. Dos ondas armónicas de la misma frecuencia, 50 Hz, y la misma amplitud, 2 cm, que se propagan a 100 cm /s, llegan al mismo tiempo a un punto situado a 5 cm y 9 cm de los respectivos focos de onda. Determinar la ecuación del movimiento producido en dicho punto.

$$T = 1 / F = 1 / 50 = 0'02 \text{ s} \quad l = v \cdot T = 1 \cdot 0'02 = 0'02 \text{ m}$$

Las ecuaciones de las ondas serán similares por tener la amplitud, frecuencia y velocidad iguales. En el punto considerado la perturbación total será la suma de las perturbaciones de cada onda:

$$y_1 = A \cdot \text{sen } 2 \cdot p (t / T - x_1 / l) \quad \textcircled{a}$$

$$y_2 = A \cdot \text{sen } 2 \cdot p (t / T - x_2 / l)$$

$$y = y_1 + y_2 = A \cdot \text{sen } 2 \cdot p (t / T - x_1 / l) + A \cdot \text{sen } 2 \cdot p (t / T - x_2 / l)$$

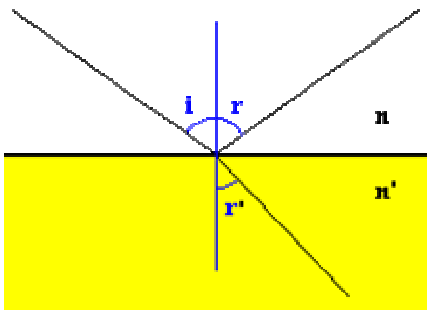
$$y = 2 \cdot A \cdot \text{sen } [2 \cdot p (t / T - x_1 / l + t / T - x_2 / l) / 2] \cdot \cos [2 \cdot p (t / T - x_1 / l - t / T + x_2 / l) / 2]$$

$$y = 2 \cdot A \cdot \text{sen } [p (2 \cdot t / T - (x_1 + x_2) / l)] \cdot \cos [p (x_2 - x_1) / l]$$

$$y = 2 \cdot 0'02 \cdot \text{sen } [p (2 \cdot t / 0'02 - (0'05 + 0'09) / 0'02)] \cdot \cos [p (0'09 - 0'05) / 0'02]$$

$$y = 0'04 \cdot \text{sen } p (100 \cdot t - 7) \cdot \cos [20 \cdot p] = 0'04 \cdot \text{sen } p (100 \cdot t - 7)$$

7. Un rayo de luz incide sobre la superficie de separación de dos medios de forma que el rayo reflejado y el refractado forman 90°. Determinar la relación entre el ángulo de incidencia y los índices de refracción.



$$i = r$$

$$n \cdot \text{sen } i = n' \cdot \text{sen } r'$$

$$90 - r + 90 - r' = 90 \quad \textcircled{a} \quad r + r' = 90 \quad \textcircled{b} \quad i + r' = 90$$

$$r' = 90 - i$$

$$n \cdot \text{sen } i = n' \cdot \text{sen } (90 - i) \quad \textcircled{c} \quad n \cdot \text{sen } i = n' \cdot \text{cos } i \quad \textcircled{d}$$

$$\text{tg } i = n' / n$$

8. El espectro visible comprende las radiaciones de longitudes de onda entre 380 y 760 nm. Determinar el intervalo de frecuencias y energías correspondientes, así como el intervalo de longitudes de onda del espectro visible en un medio en el que la velocidad de la luz sea 3/4 la del vacío.

$$c = l \cdot F \quad \textcircled{a} \quad F = c / l \quad \textcircled{b} \quad l = c / F$$

$$E = h \cdot F, \text{ siendo } h = 6'625 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

si denominamos l' y c' a las longitudes de onda y velocidad en el medio:

$$c' = 3/4 c \quad \textcircled{a} \quad l' = c' / F = 3/4 c / F = 3/4 l$$

Para $380 \cdot 10^{-9} \text{ m}$:

$$F = 3 \cdot 10^8 / 380 \cdot 10^{-9} = 79 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \quad E = 6'625 \cdot 10^{-34} \cdot 79 \cdot 10^{14} = 5'23 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \lambda' = 3/4 \cdot 380 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 285 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

Para $760 \cdot 10^{-9} \text{ m}$:

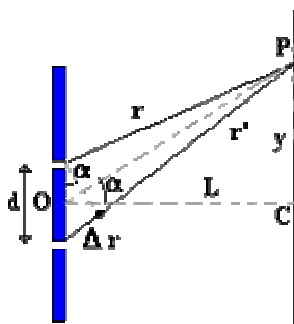
$$F = 3 \cdot 10^8 / 760 \cdot 10^{-9} = 3'95 \cdot 10^{14} \text{ Hz} \quad E = 6'625 \cdot 10^{-34} \cdot 3'95 \cdot 10^{14} = 2'62 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \lambda' = 3/4 \cdot 760 \cdot 10^{-9} = 570 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

9a. Las posiciones en la pantalla de una franja brillante y de otra oscura consecutivas, producidas por una doble rendija de Young, son $1'50 \text{ y } 1'25 \text{ cm}$. La distancia entre rendijas es $0'02 \text{ cm}$ y la

pantalla está a 2 m . Determinar la longitud de onda de la luz y el orden de interferencia de cada franja.

La interferencia producida por dos ondas de la misma frecuencia y amplitud viene dada por la ecuación:

$$z = 2 \cdot A \cdot \cos [k \cdot (r' - r)/2] \cdot \sin [w \cdot t - k \cdot (r' + r)/2]$$



Es decir se produce una onda cuya intensidad depende de la diferencia de caminos recorridos.

Si $k \cdot (r' - r)/2 = n \cdot \pi$, es decir, $r' - r = n \cdot \lambda$, $n \in \mathbb{Z}$ se produce una interferencia constructiva, franja brillante.

Si $k \cdot (r' - r)/2 = (2n + 1) \cdot \pi/2$, es decir, $r' - r = (2n + 1) \cdot \lambda/2$, $n \in \mathbb{Z}$ se produce una interferencia destructiva, franja oscura.

Por otro lado:

$$r' - r = d \cdot \sin \alpha \approx d \cdot \tan \alpha = d \cdot y / L \quad \textcircled{R} \quad y = L \cdot (r' - r) / d$$

Las franjas brillantes se producen en $y = n \cdot \lambda \cdot L / d$, $n \in \mathbb{Z}$

$$\text{en este caso: } 1'5 \cdot 10^{-2} = n \cdot \lambda \cdot 2 / 2 \cdot 10^{-4} \quad \textcircled{R} \quad n \cdot \lambda = 1'5 \cdot 10^{-6}$$

Las franjas oscuras se producen en $y = (2n' + 1) \cdot \lambda \cdot L / (2d)$, $n' \in \mathbb{Z}$

$$\text{en este caso: } 1'25 \cdot 10^{-2} = (2n' + 1) \cdot \lambda \cdot 2 / (2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}) \quad \textcircled{R} \quad (2n' + 1) \cdot \lambda = 2'5 \cdot 10^{-6}$$

Dividiendo ambas expresiones: $2n' + 1 / n = 2'5 / 1'5 = 5/3$

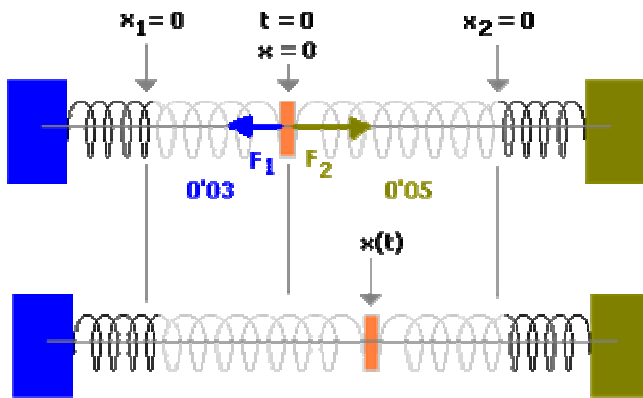
como las franjas son consecutivas: $n = n' + 1$

por lo que $n' = 2$, $n = 3$

La longitud de onda valdrá: $\lambda = 1'5 \cdot 10^{-6} / 3 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

9b Dos resortes horizontales, de constante elástica 12 N/m , se enganchan a una masa de 3 kg siendo necesario estirar los resortes 3 cm y 5 cm respectivamente. Determinar la ecuación del movimiento.

Solución:



Tomamos el origen de coordenadas en

la posición inicial del móvil.

En el instante inicial la fuerza a que está sometida la masa es:

$$F_1 = -k \cdot 0'03$$

$$F_2 = -k \cdot (-0'05)$$

La resultante será en sentido de F_2 y de valor:

$$F = k \cdot 0'05 - k \cdot 0'03 = k \cdot 0'02$$

Un instante después la fuerza valdrá:

$$F_1 = -k \cdot x_1$$

$$F_2 = -k \cdot x_2, \text{ siendo } x_2 < 0$$

La fuerza resultante será, respecto al nuevo origen de coordenadas:

$$F = -k \cdot x_2 + (-k \cdot x_1) = -k \cdot (- (0'05 - x)) - k \cdot (0'03 + x) = k \cdot 0'02 - 2 \cdot k \cdot x$$

La ecuación de la aceleración será:

$$a = F / m \rightarrow a = k \cdot 0'02 / m - 2 \cdot k \cdot x / m$$

$$a = 12 \cdot 0'02 / 3 - 2 \cdot 12 \cdot x / 3 \rightarrow a = 0'08 - 8 \cdot x$$

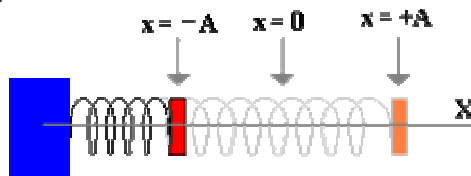
La solución de esta ecuación es:

$$x = A \cdot \text{sen}(w \cdot t + f) + B$$

siendo A, w, f, B constantes a determinar:

$$v = dx / dt = A \cdot$$

$$w \cdot \cos(wt + f)$$



$$a = dv/dt = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + f)$$

que sustituyendo en la aceleración:

$$-A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + f) = 0'08 - 8 \cdot (A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + f) + B)$$

de donde se deduce:

$$A \cdot \omega^2 = 8 \cdot A \quad \rightarrow \quad \omega = 8^{1/2}$$

$$0'08 - 8 \cdot B = 0 \quad \rightarrow \quad B = 0'01$$

en el instante inicial, $t = 0$, $x = 0$, $v = 0 \rightarrow$

$$0 = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot 0 + f) + B$$

$$0 = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot 0 + f) \quad \rightarrow \quad f = -90^\circ \quad \rightarrow \quad A = B$$

por lo que las ecuaciones del movimiento quedan:

$$x = 0'01 \cdot \text{sen}(8^{1/2} \cdot t - 90^\circ) + 0'01$$

$$v = 0'01 \cdot 8^{1/2} \cdot \cos(8^{1/2} \cdot t - 90^\circ)$$

$$a = -0'08 \cdot \text{sen}(8^{1/2} \cdot t - 90^\circ)$$

$$a = 0'08 - 8 \cdot x$$

10. Un cuerpo de 200 gramos unido a un resorte horizontal oscila, sin rozamiento, sobre una mesa, a lo largo del eje x, con una frecuencia angular $\omega = 8$ rad/s. En el instante $t = 0$ el alargamiento del resorte es de 4 cm respecto de la posición de equilibrio y el cuerpo lleva una velocidad de - 20 cm/s. Determinar:

a) La amplitud y la fase inicial del M.A.S.

b) la constante elástica del resorte y la energía mecánica del sistema.

Las ecuaciones del M.A.S. son:

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + f)$$

$$v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + f)$$

$$a = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + f) = -\omega^2 \cdot x$$

Sustituyendo los datos iniciales, $t = 0$, $x = 0'04$, $v = -0'2$ m/s, en las ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$0'04 = A \cdot \text{sen}(8 \cdot 0 + f) \quad \textcircled{R} \quad 0'04 = A \cdot \text{sen} f$$

$$-0'2 = A \cdot 8 \cdot \cos(8 \cdot 0 + f) \quad \textcircled{R} \quad -0'025 = A \cdot \cos f$$

dividiendo ambas ecuaciones:

$$-1'6 = \operatorname{tg} f \quad \textcircled{R} \quad f = 122^\circ \quad \textcircled{R} \quad A = 0'04 / \operatorname{sen} 122 = 0'047 \text{ m}$$

La fuerza que hace el resorte es proporcional y opuesta a la deformación:

$$F = m \cdot a = -k \cdot x \quad \textcircled{R} \quad a = -k \cdot x / m \quad \textcircled{R} \quad \omega^2 = k / m \quad \textcircled{R} \quad k = m \cdot \omega^2 = 0'2 \cdot 8^2 = 12'8 \text{ N/m}$$

La energía mecánica, suma de la cinética más la potencial, es:

$$E = k \cdot A^2 / 2 = 12'8 \cdot 0'047^2 / 2 = 0'014 \text{ Julios}$$

11. El péndulo de un reloj consiste en una barra delgada de acero, de coeficiente de dilatación lineal $1'27 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, con una masa en su extremo inferior. El reloj va en hora a 20°C . ¿ Atrasará o adelantará a 40°C ?

Solución:

Si el reloj va en hora a 20°C quiere decir que el período del péndulo es 1 segundo, por lo que su longitud será:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot (L / g)^{1/2} \quad \textcircled{R} \quad L = g \cdot T^2 / (4 \cdot \pi^2) = 9'81 \cdot 1 / (4 \cdot \pi^2) = 0'2485 \text{ m}$$

Si la temperatura aumenta, la barra se dilata, aumenta de longitud por lo que el período aumenta, tarda más en cada oscilación; el reloj se atrasa.

La longitud a 40°C será:

$$L' = L \cdot (1 + a \cdot \Delta t) = 0'2485 \cdot (1 + 1'27 \cdot 10^{-5} \cdot (40 - 20)) = 0,2485631 \text{ m}$$

y el nuevo período será:

$$T' = 2 \cdot \pi \cdot (L' / g)^{1/2} = 2 \cdot \pi \cdot (0,2485631 / 9'81)^{1/2} = 1,0001467 \text{ seg}$$

Esta pequeña variación supone que en un día el reloj da:

$$n = 24 \cdot 3600 / 1,0001467 = 86387 \text{ oscilaciones al día}$$

en vez de las 86400 correctas; el reloj atrasa 13 segundos al día.

12. Una masa m oscila en el extremo de un resorte vertical con una frecuencia de 1 Hz y una amplitud de 5 cm. Cuando se añade otra masa de 300 g, la frecuencia de oscilación es de 0,5 Hz. Determine:

a) El valor de la masa m y de la constante recuperadora del resorte.

b) El valor de la amplitud de oscilación en el segundo caso si la energía mecánica del sistema es la misma en ambos casos.

Solución:

Aplicando la ley de Newton y la ley de Hooke:

$$m \cdot a = -k \cdot x \quad \textcircled{R} \quad a = - (k/m) \cdot x$$

que es la ecuación de un M.A.S. de frecuencia angular: $\omega = (k/m)^{1/2}$

$$\text{Cuando la masa } m \text{ está oscilando sola: } \omega_1 = (k/m)^{1/2} = 2 \cdot \pi \cdot f_1 \quad \textcircled{R} \quad (k/m)^{1/2} = 2 \cdot \pi \cdot 1$$

Cuando se añaden 0'3 kg : $w_2 = (k/m_2)^{1/2} = 2 \cdot p \cdot F_2$ ® $[k/(m + 0'3)]^{1/2} = 2 \cdot p \cdot 0'5$

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$[(m + 0'3) / m]^{1/2} = 2 \quad \text{®} \quad m = 0'3 / 3 = 0'1 \text{ Kg} = 100 \text{ gramos}$$

$$y \quad k = m \cdot (2 \cdot p \cdot 1)^2 = 0'1 \cdot 4 \cdot p^2 = 3'95 \text{ N/m}$$

La Energía mecánica total de un oscilador armónico es proporcional al cuadrado de la amplitud y de la constante del resorte. Si en ambos casos el muelle es el mismo y la energía es la misma, entonces la amplitud debe ser la misma.

$$E = k \cdot A^2 / 2 \quad \text{®} \quad A_1 = A_2 = 5 \text{ cm}$$

13. Un oscilador armónico constituido por un muelle de masa despreciable, y una masa en el extremo de valor 40 g, tiene un periodo de oscilación de 2 s.

a) ¿Cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle idéntico al primero, para que la frecuencia de oscilación se duplique?

b) Si la amplitud de las oscilaciones en ambos osciladores es 10 cm, ¿cuánto vale, en cada caso, la máxima energía potencial del oscilador y la máxima velocidad alcanzada por su masa?

Solución:

En todo oscilador armónico la frecuencia de oscilación depende de la constante elástica y de la masa:

$$w = 2 \cdot p \cdot F = (k/m)^{1/2}$$

Para el primer oscilador: $2 \cdot p \cdot (1/2) = (k / 0'04)^{1/2}$

Para el segundo oscilador: $2 \cdot p \cdot (2 \cdot 1/2) = (k / m_2)^{1/2}$

Resolviendo el sistema anterior: $m_2 = 0'01 \text{ kg}$ y $k = 0'39 \text{ N/m}$

La energía potencial del oscilador es $E_p = m \cdot x^2 / 2$, que tendrá su valor máximo cuando x alcance su máximo, es decir cuando x valga la amplitud:

$$E_{p_{\text{máx}}} = m \cdot A^2 / 2$$

para el primer oscilador: $E_{p_{\text{máx}}} = 0'04 \cdot 0'1^2 / 2 = 0'0002 \text{ Julios}$

para el segundo oscilador: $E_{p_{\text{máx}}} = 0'01 \cdot 0'1^2 / 2 = 0'00005 \text{ Julios}$

La velocidad máxima se alcanza en el centro de la oscilación y su valor es:

$$v_{\text{máx}} = A \cdot w$$

para el primer oscilador: $v_{\text{máx}} = 0'1 \cdot 2 \cdot p \cdot (1/2) = 0'314 \text{ m/s}$

para el segundo oscilador: $v_{\text{máx}} = 0'1 \cdot 2 \cdot p \cdot (2 \cdot 1/2) = 0'628 \text{ m/s}$

14. Un muelle de constante elástica 200 N/m y longitud natural 50 cm y masa despreciable se cuelga del techo. Posteriormente se engancha de su extremo libre una masa de 5 kg y si

- a) se deja estirar el sistema lentamente, cuál será la longitud final del muelle?.
- b) se deja libremente, oscilando, ¿ cuales serán las dos posiciones extremas del muelle ?.

Solución:

a) Al final del estiramiento hay un equilibrio entre el peso del cuerpo, hacia abajo, y la fuerza recuperadora del muelle hacia arriba. Si x es el alargamiento producido:

$$k \cdot x = m \cdot g \quad \text{®} \quad x = m \cdot g / k = 5 \cdot 9'8 / 200 = 0'245 \text{ m} = 24'5 \text{ cm}$$

por lo que la longitud total del muelle será: $50 + 24'5 = 74'5 \text{ cm}$

b) Si al colocar la masa soltamos bruscamente el muelle se producirán oscilaciones armónicas. El muelle se estirará, partiendo del reposo, aumentando su velocidad, hasta llegar a un punto en donde la aceleración es nula, fuerza recuperadora igual al peso, centro de la oscilación, en donde alcanzará velocidad máxima, seguirá extendiéndose por inercia hasta llegar a la longitud máxima con velocidad cero, pero aceleración máxima hacia arriba.

El centro de la oscilación es aquel en que la aceleración es cero, fuerza total cero, que hemos visto se produce con un alargamiento de 24'5 cm. Por lo tanto la amplitud es 24'5 cm.

La longitud mínima del muelle es $L = 50 \text{ cm}$ y la longitud máxima es $L + 2 \cdot A = 50 + 2 \cdot 24'5 = 99 \text{ cm}$

15. La bolita de un péndulo simple realiza una oscilación aproximadamente horizontal y armónica, en presencia del campo gravitatorio terrestre, con período de 2 segundos y una amplitud de 2 cm.

- a) Determina la velocidad de la bolita en función del tiempo y represéntala en función del tiempo, tomando como origen de tiempos el centro de oscilación.
- b) ¿Cuál sería el período de oscilación de este péndulo en la superficie de la luna si allí el campo gravitatorio lunar es la sexta parte del terrestre ?.

Solución:

Al ser un M.A.S. la ecuación de la posición de la bolita en función del tiempo será:

$$x = A \cdot \text{sen} (w \cdot t - f)$$

siendo:

A amplitud, en este caso 2 cm

w la pulsación o frecuencia angular, $w = 2 \cdot \pi / T = 2 \cdot \pi / 2 = \pi \text{ rad/s}$

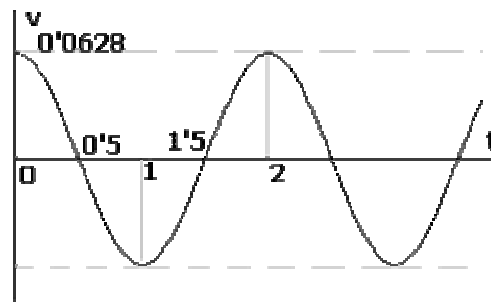
f desfase que depende de los orígenes de tiempo y posición; si tomamos como origen de posición y tiempo el centro de oscilación, $0 = 0'02 \cdot \text{sen} (\pi \cdot 0 - f)$ se deduce que $f = 0$

Luego la ecuación de la posición es: $x = 0'02 \cdot \text{sen} (\pi \cdot t)$

y la velocidad será:

$$v = dx / dt = 0'02 \cdot \pi \cdot \cos (\pi \cdot t)$$

cuya gráfica es:



El período de oscilación de un péndulo depende de su longitud, L , y de la intensidad del campo gravitatorio, g , :

$$T = 2 \cdot \pi \cdot (L / g)^{1/2}$$

En la Tierra: $T_T = 2 \cdot \pi \cdot (L / g_T)^{1/2}$

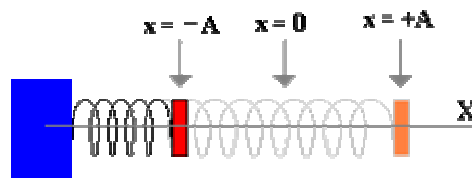
En la Luna: $T_L = 2 \cdot \pi \cdot (L / g_L)^{1/2}$

$$T_L / T_T = (g_T / g_L)^{1/2} \quad \text{®} \quad T_L = 2 \cdot 6^{1/2} = 4'9 \text{ s}$$

16. Una masa de 2 kg está unida a un muelle horizontal cuya constante recuperadora es $k = 10 \text{ N/mm}$. El muelle se comprime 5 cm desde la posición de equilibrio ($x = 0$) y se deja en libertad. Determinar:

- a) La expresión de la posición de la masa en función del tiempo, $x = x(t)$
- b) Los módulos de la velocidad y aceleración de la masa en un punto situado a 2 cm de la posición de equilibrio.
- c) La fuerza recuperadora cuando la masa se encuentra en los extremos de la trayectoria.
- d) La energía mecánica del sistema oscilante.

Solución:



Al ser un muelle, se cumple la ley de Hooke, es decir, la fuerza recuperadora es proporcional y opuesta a la deformación:

$$F = - k \cdot x$$

Aplicando la ley de Newton, $F = m \cdot a$, se obtiene:

$$- k \cdot x = m \cdot a \quad \text{®} \quad a = - (k/m) \cdot x$$

La aceleración es proporcional y opuesta a la posición, por tanto es un M.A.S. Si denominamos A a la amplitud del movimiento y f al desfase, las ecuaciones del movimiento son:

$$x = A \cdot \text{sen}(w \cdot t - f)$$

$$v = A \cdot w \cdot \cos(wt - f)$$

$$a = -A \cdot w^2 \cdot \text{sen}(wt - f)$$

$$w^2 = k/m \quad \textcircled{R} \quad w = \sqrt{(10/2)} = \sqrt{5}$$

Si empezamos a contar el tiempo cuando soltamos el resorte, extremo izquierdo, muelle comprimido 5 cm, el desfase valdrá:

$$-0'05 = 0'05 \cdot \text{sen}(w \cdot 0 - f) \quad \textcircled{R} \quad -1 = -\text{sen} f \quad \textcircled{R} \quad f = \pi/2$$

a) La posición en función del tiempo será:

$$x = 0'05 \cdot \text{sen}(\sqrt{5} \cdot t - \pi/2)$$

b) La velocidad y aceleración, cuando $x=2$ cm, serán:

$$0'02 = 0'05 \cdot \text{sen}(\sqrt{5} \cdot t_0 - \pi/2) \quad \textcircled{R} \quad \text{sen}(\sqrt{5} \cdot t_0 - \pi/2) = 0'4$$

$$\textcircled{R} \quad \cos(\sqrt{5} \cdot t_0 - \pi/2) = \sqrt{(1 - 0'4^2)} = 0'917$$

$$v = 0'05 \cdot \sqrt{5} \cdot \cos(\sqrt{5} \cdot t_0 - \pi/2) = 0'05 \cdot \sqrt{5} \cdot 0'917 = 0'1025 \text{ m/s}$$

$$a = -0'05 \cdot 5 \cdot \text{sen}(\sqrt{5} \cdot t_0 - \pi/2) = -0'05 \cdot 5 \cdot 0'4 = -0'1 \text{ m/s}^2$$

c) Si la masa se encuentra en un extremo la fuerza recuperadora será:

$$F = -K \cdot x \quad \textcircled{R} \quad F = 10 \cdot 0'05 = 0'5 \text{ N},$$

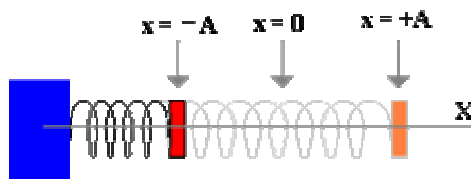
hacia la izquierda en el extremo derecho, y hacia la derecha en el extremo izquierdo.

d) La energía mecánica será la suma de la energía cinética más la energía potencial del resorte:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot w^2 \cdot x^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot w^2 \cdot \cos^2(w \cdot t - \pi/2) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot w^2 \cdot A^2 \cdot \text{sen}^2(w \cdot t - \pi/2) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot w^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0'05^2 \cdot 5 = 0'0125 \text{ Julios, constante}$$

16 Un resorte se alarga 10 cm cuando se cuelga de su extremo libre un cuerpo de 2'0 Kg de masa. Se coloca el sistema en un plano horizontal sin rozamiento, desplazando el cuerpo 3'0 cm de su posición de equilibrio y a continuación lo soltamos. calcular la pulsación, el período, la velocidad máxima y la energía mecánica.



La constante elástica del resorte se determina teniendo en cuenta que la deformación es proporcional a la fuerza deformante:

$$F = k \cdot x \quad \textcircled{R} \quad k = F / x = 2 \cdot 9'8 / 0'1 = 196 \text{ N/m}$$

Si alargamos el sistema en equilibrio 3 cm, se inicia un Movimiento armónico simple pues en todo momento la fuerza recuperadora del resorte es proporcional y opuesta a la elongación:

$$F = -k \cdot x \quad \textcircled{R} \quad m \cdot a = -k \cdot x \quad \textcircled{R} \quad a = -(k/m) \cdot x$$

ecuación de un M.A.S. cuya amplitud es 0'03, máxima deformación que hemos producido. Las distintas ecuaciones, siendo A la amplitud, w la pulsación y f el desfase, quedan:

$$a = -w^2 \cdot x \quad \textcircled{R} \quad k/m = w^2 \quad \textcircled{R} \quad w = (k/m)^{1/2} = (196/2)^{1/2} = 9'9 \text{ rad/s}$$

$$T = 2 \cdot \pi / w = 2 \cdot \pi / 9'9 = 0'63 \text{ s}$$

$$x = A \cdot \text{sen}(w \cdot t - f) \quad \textcircled{R} \quad x = 0'03 \cdot \text{sen}(9'9 \cdot t - f) \quad \textcircled{R} \quad x = 0'03 \cdot \text{sen}(9'9 \cdot t - \pi/2)$$

$$v = A \cdot w \cdot \text{cos}(w \cdot t - f) \quad \textcircled{R} \quad v = 0'03 \cdot 9'9 \cdot \text{cos}(9'9 \cdot t - f) \quad \textcircled{R} \quad v = 0'297 \cdot \text{cos}(9'9 \cdot t - \pi/2)$$

$$a = -A \cdot w^2 \cdot \text{sen}(w \cdot t - f) \quad \textcircled{R} \quad a = -0'03 \cdot 9'9^2 \cdot \text{sen}(9'9 \cdot t - f) \quad \textcircled{R} \quad a = -2'94 \cdot \text{sen}(9'9 \cdot t - \pi/2)$$

Si empezamos a contar el tiempo cuando soltamos el resorte, extremo derecho, el desfase valdrá:

$$0'03 = 0'03 \cdot \text{sen}(w \cdot 0 - f) \quad \textcircled{R} \quad \text{sen } f = 0 \quad \textcircled{R} \quad f = \pi/2$$

La velocidad máxima se produce cuando pasa por el punto de equilibrio, $x = 0$, como se demuestra derivando la velocidad e igualando a cero:

$$dv/dt = -A \cdot w^2 \cdot \text{sen}(w \cdot t - \pi/2) = 0 \quad \textcircled{R} \quad \text{sen}(w \cdot t - \pi/2) = 0 \quad \textcircled{R} \quad \text{cos}(w \cdot t - \pi/2) = 1$$

$$v_{\text{máx}} = A \cdot w \cdot 1 = 0'03 \cdot 9'9 = 0'297 \text{ m/s, en ambos sentidos}$$

La energía mecánica será la suma de la energía cinética más la energía potencial del resorte:

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot w^2 \cdot x^2$$

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot w^2 \cdot \text{cos}^2(w \cdot t - \pi/2) + \frac{1}{2} \cdot m \cdot w^2 \cdot A^2 \cdot \text{sen}^2(w \cdot t - \pi/2) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot w^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0'03^2 \cdot 9'9^2 = 0'088 \text{ J}$$

17. Una partícula de masa m se mueve con M.A.S. Cuando $t = 0'75$ s, la partícula pasa por $x = 2$ m y cuando $t = 3'75$ s, su velocidad es nula. El período de oscilación es 6 s. Calcula su posición, velocidad y aceleración máximas.

La ecuación que rige un M.A.S. es: $a = -w^2 \cdot x$

Si denominamos A, amplitud, w, pulsación y f al desfase las ecuaciones quedan:

$$x = A \cdot \text{sen}(w \cdot t - f) \quad v = A \cdot w \cdot \text{cos}(w \cdot t - f) \quad a = -A \cdot w^2 \cdot \text{sen}(w \cdot t - f)$$

Si el período es 6 s $\textcircled{R} \quad w = 2 \cdot \pi / T = 2 \cdot \pi / 6 = 1'047 \text{ rad/s}$

Si al cabo de 0'75 s su posición es 2m $\textcircled{R} \quad 2 = A \cdot \text{sen}(0'75 \cdot 1'047 - f) = A \cdot \text{sen}(0'785 - f) \quad [1]$

Si al cabo de 3'75 s su velocidad es nula:

$$0 = A \cdot 1'047 \cdot \cos(3'75 \cdot 1'047 - f) \quad \textcircled{R} \quad \cos(3'93 - f) = 0 \quad \textcircled{R} \quad 3'93 - f = p/2 \quad \textcircled{R} \quad f = 2'36 \text{ rad}$$

sustituyendo en [1] $\textcircled{R} \quad 2 = A \cdot \text{sen}(0'785 - 2,36) \quad \textcircled{R} \quad A = 2 / 1 = 2 \text{ m}$

La velocidad máxima será cuando el coseno valga 1:

$$v_{\text{máx}} = A \cdot \omega = 2 \cdot 1'047 = 2'1 \text{ m/s}$$

La aceleración máxima, en un extremo, será cuando el seno valga 1:

$$a_{\text{máx}} = A \cdot \omega^2 = 2 \cdot 1'047^2 = 2'19 \text{ m/s}^2$$

18. Un cuerpo se mueve de tal manera que su posición viene dada por la ecuación $x = 4 \cdot \cos(p \cdot t + p/4)$. Demostrar que es un M.A.S., calculando su pulsación, frecuencia, posición, velocidad y aceleración al cabo de 1 s de iniciado el movimiento.

Un M.A.S. es aquel movimiento cuya aceleración es proporcional y opuesta a la posición. Para comprobar que es un M.A.S. basta derivar dos veces:

$$x = 4 \cdot \cos(p \cdot t + p/4) \quad \textcircled{R} \quad v = dx/dt = -4 \cdot p \cdot \text{sen}(p \cdot t + p/4) \quad \textcircled{R} \quad a = dv/dt = -4 \cdot p^2 \cdot \cos(p \cdot t + p/4) = -p^2 \cdot x$$

Es un M.A.S. caracterizado por tener:

amplitud $A = 4 \text{ m}$

pulsación $\omega = p \text{ rad/s}$

período $T = 2 \cdot p / \omega = 2 \cdot p / p = 2 \text{ s}$

frecuencia $F = 1/T = 1/2 = 0'5 \text{ Hz}$

La posición, velocidad y aceleración al cabo de 1 s serán:

$$x = 4 \cdot \cos(p \cdot 1 + p/4) = -4 \cdot 0'707 = -2'83 \text{ m}$$

$$v = -4 \cdot p \cdot \text{sen}(p \cdot 1 + p/4) = 4 \cdot p \cdot 0'707 = 8'89 \text{ m/s}$$

$$a = -4 \cdot p^2 \cdot \cos(p \cdot 1 + p/4) = 27'91 \text{ m/s}^2$$

19. Determinar la elongación de un M.A.S. en el instante en que su velocidad tiene la mitad de su valor máximo, expresando el resultado en función de la amplitud.

La ecuación que rige un M.A.S. es: $a = -\omega^2 \cdot x$

Si denominamos A a la amplitud, ω a la pulsación y f al desfase las ecuaciones quedan:

$$x = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - f) \quad v = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t - f) \quad a = -A \cdot \omega^2 \cdot \text{sen}(\omega \cdot t - f)$$

El valor máximo de la velocidad se produce cuando el coseno es 1 y su valor es $v_{\text{máx}} = A \cdot \omega$

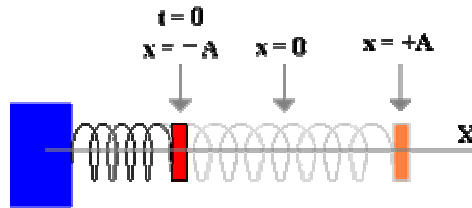
Si la velocidad en un determinado instante es la mitad de su valor máximo:

$$A \cdot \omega / 2 = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t - f) \quad \textcircled{R} \quad \cos(\omega t - f) = 1/2 \quad \textcircled{R} \quad \text{sen}(\omega t - f) = [1 - (1/2)^2]^{1/2} = 3^{1/2} / 2$$

por lo que la posición en ese instante valdrá:

$$x = A \cdot \text{sen}(w.t - f) = A \cdot 3^{1/2} / 2$$

20. La aceleración de un M.A.S. vale $a = -16.p^2 \cdot x$. Si la máxima elongación es 0'04 m y se ha comenzado a contar el tiempo cuando la aceleración tiene su valor máximo absoluto en el sentido de los desplazamientos positivos, determinar las ecuaciones del movimiento y la velocidad y aceleración máximas.



La ecuación que rige un M.A.S. es: $a = -w^2 \cdot x$

Si denominamos A a la amplitud, w a la pulsación y f al desfase las ecuaciones quedan:

$$x = A \cdot \text{sen}(w.t - f)$$

$$v = A \cdot w \cdot \cos(w.t - f)$$

$$a = -A \cdot w^2 \cdot \text{sen}(w.t - f)$$

La pulsación de este movimiento es $w^2 = 16.p^2$ Ⓜ $w = (16.p^2)^{1/2} = 4.p$

Si la elongación máxima es 0'04 m Ⓜ $A = 0'04$ m

Si el origen de tiempos coincide cuando $a = +a_{\text{máx}} = A \cdot w^2$

$$A \cdot w^2 = -A \cdot w^2 \cdot \text{sen}(w \cdot 0 - f) \quad \text{Ⓜ} \quad \text{sen}(w \cdot 0 - f) = -1 \quad \text{Ⓜ} \quad f = p/2$$

Las ecuaciones del movimiento serán:

$$x = 0'04 \cdot \text{sen}(4.p \cdot t - p/2)$$

$$v = 0'04 \cdot 4.p \cdot \cos(4.p \cdot t - p/2)$$

$$a = -0'04 \cdot 16.p^2 \cdot \text{sen}(4.p \cdot t - p/2)$$

Los valores máximos absolutos de la velocidad y aceleración se conseguirán cuando las funciones coseno y seno valgan 1, es decir:

$$v_{\text{máx}} = 0'04 \cdot 4.p = 0'5 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{máx}} = 0'04 \cdot 16.p^2 = 6'32 \text{ m/s}^2$$

21. Un oscilador armónico constituido por un muelle de masa despreciable, y una masa en el extremo de 40 gramos tiene un período de 2 s.

a) ¿Cuál debe ser la masa de un segundo oscilador, construido con un muelle idéntico, para que la frecuencia de oscilación sea el doble ?

b) Si las amplitudes de oscilación en ambos osciladores es de 10 cm, ¿ Cuánto vale en cada caso la máxima energía potencial y la máxima velocidad ?

Solución:

Si el período es 2 s, su frecuencia es $F = 1 / T = 1 / 2 = 0.5$ Hz, y la constante elástica del muelle valdrá:

$$w = 2\pi \cdot F = (k / m)^{1/2} \rightarrow k = m \cdot (2\pi \cdot F)^2 = 0.04 \cdot (2\pi \cdot 0.5)^2 = 0.395 \text{ N/m}$$

Si el segundo oscilador tiene una frecuencia doble, es decir de 1 Hz, la masa que tiene es:

$$m = k / (2\pi \cdot F)^2 = 0.395 / (2\pi \cdot 1)^2 = 0.01 \text{ kg}$$

La energía potencial de un oscilador en un punto es: $E_p = k \cdot x^2 / 2$

Su valor será máximo cuando x lo sea, es decir en los extremos de la oscilación:

$$E_{p_{\text{máximo}}} = k \cdot A^2 / 2 = 0.395 \cdot 0.1^2 / 2 = 0.002 \text{ Julios, en los dos casos}$$

La velocidad de un oscilador es: $v = A \cdot w \cdot \cos(w \cdot t + f)$

Su valor máximo es:

$$V_{\text{máximo}} = A \cdot w = A \cdot 2\pi \cdot F = 0.1 \cdot 2\pi \cdot 0.5 = 0.31 \text{ m/s para el primero}$$

y 0.62 m/s para el segundo, pues su frecuencia es el doble.

22. Un haz de luz que viaja por el aire incide sobre un bloque de vidrio.

Los haces

reflejado y refractado forman ángulos de 30° y 20°, respectivamente, con la normal a la superficie del bloque.

a) Calcule la velocidad de la luz en el vidrio y el índice de refracción de dicho material.

b) Explique qué es el ángulo límite y determine su valor para el caso descrito.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

23. ¿Por qué la fuerza ejercida por un muelle que cumple la ley de Hooke se dice que es conservativa?

24. Una partícula de 0,2 kg describe un movimiento armónico simple a lo largo del eje x, de frecuencia 20 Hz. En el instante inicial la partícula pasa por el origen, moviéndose hacia la derecha, y su velocidad es máxima. En otro instante de la oscilación la energía cinética es 0,2 J y la energía potencial es 0,6 J.

a) Escriba la ecuación de movimiento de la partícula y calcule su aceleración máxima.

b) Explique, con ayuda de una gráfica, los cambios de energía cinética y de energía potencial durante una oscilación.

25. a) ¿Cuál es la longitud de onda de una estación de radio que emite con una frecuencia de 100 MHz?

b) Si las ondas emitidas se propagaran por el agua, razone si tendrían la misma frecuencia y la misma longitud de onda. En el caso de que varíe alguna de estas magnitudes, determine su valor.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1} ; n_{\text{agua/aire}} = 1,3$$

26. La ecuación de una onda que se propaga por una cuerda tensa es:

$$y(x,t) = 0,05 \text{ sen } \pi (25 t - 2 x) \text{ (S.I.)}$$

a) Explique de qué tipo de onda se trata y en qué sentido se propaga e indique cuáles son su amplitud, frecuencia y longitud de onda.

b) Calcule la velocidad de propagación de la onda y la velocidad del punto $x = 0$ de la cuerda en el instante $t = 1 \text{ s}$ y explique el significado de cada una de ellas.

27. La ecuación de una onda en una cuerda es:

$$y(x,t) = 0,4 \text{ sen } 12\pi x \text{ cos } 40\pi t \text{ (S.I.)}$$

a) Explique las características de la onda y calcule su periodo, longitud de onda y velocidad de propagación.

b) Determine la distancia entre dos puntos consecutivos con amplitud cero.

28. Una onda electromagnética armónica de 20 MHz se propaga en el vacío, en el sentido positivo del eje OX. El campo eléctrico de dicha onda tiene la dirección del eje OZ y su amplitud es de $3 \cdot 10^{-3} \text{ N C}^{-1}$

a) Escriba la expresión del campo eléctrico $E(x, t)$, sabiendo que en $x=0$ su módulo es máximo cuando $t = 0$.

b) Represente en una gráfica el campo $E(t)$ y la dirección de propagación de la onda.

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

29. a) Comente la siguiente afirmación: “las ondas estacionarias no son ondas propiamente dichas” y razone si una onda estacionaria transporta energía.

b) Al arrojar una piedra a un estanque con agua y al pulsar la cuerda de una guitarra se producen fenómenos ondulatorios. Razone qué tipo de onda se ha producido en cada caso y comente las diferencias entre ambas.

30. Un bloque de 0,5 kg cuelga del extremo inferior de un resorte de constante elástica $k = 72 \text{ N m}^{-1}$. Al desplazar el bloque verticalmente hacia abajo de su posición de equilibrio comienza a oscilar, pasando por el punto de equilibrio con una velocidad de 6 m s^{-1} .

a) Razone los cambios energéticos que se producen en el proceso.

b) Determine la amplitud y la frecuencia de oscilación.

