

TEMA 4. SISTEMES D'EQUACIONS, MÀTRIS I DETERMINANTS

1. Donat el següent sistema d'equacions:
$$\begin{cases} x + \alpha y + z = 9 \\ 3x + 5y + z = 9 \\ \alpha x + y + z = 9 \end{cases}$$
- a) Comprova que és compatible per a qualsevol valor de α i troba els valors de α que fan que sigui indeterminat.
- b) Resol el sistema quan $\alpha = 7$.

2. Calcula el valor del determinant:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -6 & 2 \\ -4 & 1 & 10 & 0 \\ 5 & 0 & -1 & -3 \\ 9 & -8 & 8 & -5 \end{vmatrix}$$

3. a) Defineix inversa d'una matriu.
- b) Discuteix el rang de la següent matriu segons el valor del paràmetre que hi apareix.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Tres famílies se'n van a una pizzeria. La primera família pren 1 pizza grossa, 2 de mitjanes i 4 de petites, la segona família en pren 1 de grossa i 1 de petita, i la tercera família, 1 de mitjana i 2 de petites.
- a) Sigui A una matriu 3×3 que expressa el nombre de pizzes grosses, mitjanes i petites que pren cada família. Calculau A^{-1} .

b) Si la primera, la segona i la tercera família han gastat en total en pizzes en aquesta anada a la pizzeria 51.50, 15.90 i 21 € respectivament, calculau el preu d'una pizza grossa, el d'una pizza mitjana i el d'una pizza petita.

(Resol el problema plantejant una equació matricial de la forma $AX = B$)

5. Donada la matriu
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$
. Es demana:
- (a) Calcula $A^3 + I_3$, on I_3 representa la matriu identitat d'ordre 3.
- (b) Calcula A^{-1} , si és possible.

$$A \cdot X \cdot A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

- (c) Resol l'equació matricial

6. Una empresa cinematogràfica disposa de 3 cinemes C_1, C_2 i C_3 . Un cert dia, en cada un d'ells, es projecten tres pel·lícules P_1, P_2 i P_3 (P_1 en sessió de matí, P_2 en sessió d'horabaixa i P_3 en sessió de nit). El nombre d'assistents a cada una d'elles s'indica a la següent taula:

	P_1	P_2	P_3
C_1	120	155	160
C_2	100	95	80
C_3	120	130	200

Sabent que els ingressos, en aquest dia en C_1, C_2 i C_3 foren de 2530, 1530 i 2660€ respectivament. Calcula el preu de l'entrada per a cada una de les 3 pel·lícules. (*Planteja un sistema de tres equacions amb tres incògnites i troba'n la solució pel mètode de Gauss*)

7. Sabent que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = k$. Calcula, sense desenvolupar (aplicant les propietats dels determinants) el valor dels següents determinants:

$$(a) \begin{vmatrix} d & a & g \\ e & b & h \\ f & c & i \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} a+b & a & -c \\ d+e & d & -f \\ g+h & g & -i \end{vmatrix} \quad (c) \begin{vmatrix} b & 2a & -3c \\ e & 2d & -3f \\ h & 2g & -3i \end{vmatrix}$$

(Anomena en cada pas quina propietat estàs emprant)