

TEMA 5. LÍMITS, CONTINUÏTAT, DERIVADES I APLICACIONS

1. Calcula: a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3^x - x^3 - 4}{2x^2 + 3}$ b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8}{5x^3 - 20x^2 + 20x}$

2. Calcula el valor de a i b perquè la funció sigui derivable a tot \mathbb{R} .

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - x & \text{si } x < -1 \\ ax^2 - bx & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$$

3. Troba la derivada de les funcions següents simplificant al màxim:

a) $y = e^{(\cos 2x^2)^3}$

b) $y = \sin(x^3 - 6x) \cdot (\sqrt[3]{2x+1})$

4. a) Troba el valor de a perquè la recta tangent a la gràfica de $f(x) = ax^2 + 2$ en el punt $x = 1$ sigui la recta $y = 3x + 2$

b) Per a $g(x) = e^{1-x} + \ln(x+2)$. Calcula $g'(1)$.

5. De tots els triangles rectangles d'hipotenusa 10 m, calculau els catets d'aquell el quadrat de l'àrea del qual sigui màxim.

6. Classifica les discontinuïtats de la següent funció i representa-les gràficament:

$$f(x) = \frac{x - 2}{x^2 - x - 2}$$

7. Calcula:

a) $\lim_{x \rightarrow b} \frac{bx - b^2}{x^2 + (2-b)x - 2b}$

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + x^2 - 2}{2x^3 + x - 1}$

8. Calcula la derivada de:

a) $y = e^{2x-4} + \ln\left(\frac{4x+1}{2x}\right)$

b) $y = \frac{4x}{(3x+1)^2}$

c) $y = \frac{1}{7}x^5 - 4x^2 + 6x - 9$

9. Troba l'equació de la recta tangent a la corba $f(x) = 2x^2 + 3x - 1$, que és paral·lela a la recta $2x + 3y - 1 = 0$.

10. Calcula els valors de a i b perquè $f(x)$ sigui contínua i derivable en tots els nombres reals.

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & \text{si } x \leq 1 \\ bx^2 + 2x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$