Cal recordar:

1. Relació de divisibilitat:

- Si a:b és exacte $\Rightarrow$ *a* és *múltiple* de b i *b* és *divisor* d'a.

$20:10=2 \quad \rightarrow$ 20 és múltiple de 10 i 10 és divisor de 20

2. Els múltiples d'un nombre:

- Un nombre té infinits múltiples.

$\dot{13}$ =13, 26, 39,52, …
multipliquem 13 per cadascun dels nombres naturals. Com els nombres naturals són infinits 13 té infinits múltiples.

13·1=13
13·2=26
13·3=39
13·4=52
…

- Tot nombre és múltiple de si mateix i de la unitat $a \cdot 1 = a$.
- La suma de dos múltiples d'un nombre a és un altre múltiple d'a
  $m \cdot a + n \cdot a = (m+n) \cdot a$.

$6 \cdot 3 = 18$

$6 \cdot 4 = 24 \rightarrow 18 + 24 = 42$

$6 \cdot 7 = 42 \rightarrow (3+4) \cdot 6 = 7 \cdot 6 = 42$

- Si a un múltiple d'a se li suma un altre nombre que no ho sigui, el resultat no és múltiple d'a.

3. Els divisors d'un nombre:

- Un nombre té una quantitat finita de divisors.
- Un nombre té almenys dos divisors: ell mateix i la unitat.

4. Criteris de divisibilitat:

- Un nombre és divisible per dos, quan acaba en xifra parell o en 0.
- Un nombre és divisible per 5 quan acaba en 0 o en 5.
- Un nombre és divisible per 10 quan acaba en 0.
- Un nombre és divisible per 3 si la suma de les seves xifres és 3 o múltiple de 3.
- Un nombre és divisible per 9 quan la suma de les seves xifres és 9 o múltiple de 9.

5. Nombres primers i nombres compostos:

- Un nombre que no es pot descompondre en factors és un nombre *primer*.
- Un nombre primer només té dos divisors: ell mateix i la unitat.
- Els nombres que no són primers s'anomenen *compostos*.
- Els nombres primers menors de 100 són: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

6. Descomposició en factors primers:

- Per descomposar un nombre en factors primers, els dividim entre 2 tantes vegades com sigui possible; després, entre 3; després entre 5, ... i així successivament entre els següents nombres primers fins a obtenir 1 en el quocient.

340	2
170	2
85	3
17	17
1	

El resultat de la descomposició:

$340=2^2\cdot 3\cdot 17$

340:2=170
170:2=85
85:5=17
17:17=1 17 és un nombre primer

7. Múltiples i divisors d'un nombre descompost en factors primers:

- Cada un dels múltiples d'un nombre conté, almenys, tots els factors primers d'aquest nombre.

- Els divisors d'un nombre estan formats per alguns dels factores primers d'aquest nombre.

40	2	1	$2\cdot5=10$
20	2	2	$2^2\cdot5=20$
10	2	$2^2=4$	$2^3\cdot5=40$
5	5	$2^3=8$	
1		5	

$40=2^3\cdot5\cdot1$

Div (20)=1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

8. Mínim comú múltiple de dos o més nombres:

- El *mínim comú múltiple* de diversos nombres a, b, c, ... és el menor des seus múltiple comuns i s'escriu mcm (a,b,c, ...)

- Es calcula de la següent manera: primer es descomponen tots els nombres en factors primers; segon es prenen tots els factors primers comuns i no comuns de major exponent.
- El resultat és el producte dels factors elegits.

9. Màxim comú divisor:

- El *màxim comú divisor* de dos o més nombres a, b, c, ... és el major dels seus divisors comuns i s'escriu MCD (a,b,c, ...)

- Es calcula de la següent manera: primer es descomponen els nombres en factors primers; segon es prenen els factors primers comuns de menor exponent.
- El resultat és el producte de factors elegits.

1. NOMBRES ENTERS

1.1 Els nombres enters i la seva representació

El conjunt dels nombres enters comprèn :

Els nombres naturals, 1, 2, 3, 4, ...

El zero, 0

Els nombres negatius corresponents, -1, -2, -3, -4, ...

Queden ordenats sobre la recta numèrica:

$$-5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5$$

1.2 Operacions amb nombres enters

SUMA

1) Sumem tots els nombres positius i els resultat és positiu +

2) Sumem tots els nombres negatius i els resultat és negatiu –

3) Restem i el resultat tindrà el signe del nombre que té major valor absolut.

Exemples:

$$a)3-5-4+2+1-7+6=12-16=-4$$
$$b)-2-4-5=-11$$
$$c)3+4+7+10=24$$

En el cas a)

Seleccionem els nombre +: 3, 2, 1, 6 i els nombres -: -5, -4, -7.

1) La suma dels positius és 12
2) La suma dels negatius és -16.
3) El que té major valor absolut és 16, per tant el resultat serà negatiu.

Procedirem de manera semblant en els altres casos.

RESTA

Un signe negatiu davant d'un parèntesi canvia el signe del nombre que conté.

Exemple:

$$3-(-2)+5-(4-3)=3+2+5-4+3=13-4=9$$

-(-2) = 2
-(4-3) = -4+3

SUMA I RESTA COMBINADES

$$A)10-(13-7)=10-(6)=10-6=4$$
$$B)10-(13-7)=10-13+7=17-13=4$$

En A hem llevat el parèntesi realitzant l'operació de dins aquest.
En B hem desfet el parèntesi aplicant l'operació de resta.

Exemples:

$$1)+(+8)-(-4)-(5)-(-3)+4=8+4-5+3+4=19-5=14$$
$$2)15-(12-8)=15-12+8=23-12=11$$
$$2)15-(12-8)=15-(4)=15-4=11$$
$$3)15-(6-9+5)=15-6+9-5=24-11=13$$
$$3)15-(6-9+5)=15-(11-9)=15-(2)=15-2=13$$
$$4)21-(3-10+11+6)=21-(20-10)=21-(10)=21-10=11$$
$$5)(8-13)-(5-4-7)=8-13-5+4+7=19-18=1$$
$$5)(8-13)-(5-4-7)=(-5)-(5-11)=-5-(-6)=-5+6=1$$
$$6)(5-16)-(7-3-6)-(9-13-5)=(-11)-(7-9)-(9-18)=-11-(-2)-(-9)=-11+2+9=0$$
$$7)6-[5+(8-2)]=6-[5+(6)]=6-(5+6)=6-(11)=6-11=-5$$
$$7)6-[5+(8-2)]=6-[5+8-2]=6-(13-2)=6-(11)=6-11=-5$$
$$8)(2-9)-[5+(8-12)-7]=(-11)-[5+(-4)-7]=-11-(5-4-7)=-11-(5-11)=-11-(-6)=-5$$

PRODUCTE

1) Multipliquem els nombres.
2) Multipliquem els signes segons la següent regla de signes:

+·+ = +
+·- = -
-·+ = -
-·- = +

Exemples:

$$-2\cdot 3 = -6 \rightarrow -2\cdot 3 = -2-2-2 = -6$$
$$3\cdot(-6) = -18 \rightarrow 3\cdot(-6) = -6-6-6 = -18$$
$$(-3)\cdot(-5)\cdot 2 = 15\cdot 2 = 30$$
$$4\cdot 30 = 120$$

QUOCIENT

1) Dividim els nombres. En cas que no doni divisió exacte ho deixarem indicat.
2) Dividim els signes segons la següent regla de signes:

+:+ = +
+:- = -
-:+ = -
-:- = +

Exemples:

$$24:6 = 6 \rightarrow 6\cdot 4 = 24$$
$$24:(-4) = -6$$
$$-24:4 = -6$$
$$-24:(-6) = 4$$

1.3 Operacions combinades amb nombres enters

L’ordre que hem de fer servir per a calcular operacions combinades és el següent:

1) Realitzar les operacions de dins els parèntesis
2) Realitzar totes els productes i quocients
3) realitzar les sumes i les restes

Exemples:

$$-2\cdot(5-7)+4\cdot(-3)-2+1\cdot(-5+2)=$$
$$=-2\cdot(-2)+4\cdot(-3)-2+1\cdot(-3)=\rightarrow \textit{parèntesis}$$
$$=4-12-2-3 \rightarrow \textit{productes}$$
$$=4-17=-13$$

Activitats resoltes:

$a) -2\cdot(-3)+4-5\cdot(+2)-7=6+4-10-7=10-17=-7$

$b) 4-3\cdot(-2)+6\cdot(-1+2)-4:(-2)=4-3\cdot(-2)+6\cdot(+1)-4:(-2)=$
$=4+6+6+2=18$

$c) 15-8\cdot 3=15-24=-9$

$d) 21-4\cdot 6+12:3=21-24+4=25-24=1$

$e) (-3)\cdot(-4)+(-6)\cdot 3=12-18=-6$

$f) 18-5\cdot(3-8)=18-5\cdot(-5)=18+25=43$

$g) 4\cdot(8-11)-6\cdot(7-9)=4\cdot(-3)-6\cdot(-2)=-12+12=0$

$h) (-2)\cdot[11+3\cdot(5-7)]-3\cdot(8-11)=$
$=(-2)\cdot[11+3\cdot(-2)]-3\cdot(-3)=$
$=(-2)\cdot(11-6)-3\cdot(-3)=$
$(-2)\cdot 5-3\cdot(-3)=-10+9=-1$

$i) 28:(-7)-(-6)\cdot[23-5\cdot(9-4)]=$
$=28:(-7)-(-6)\cdot[23-5\cdot 5]=$
$=28:(-7)-(-6)\cdot(23-25)=28:(-7)-(-6)\cdot(-2)=-4-(+12)=-4-12=-16$

1.4 Potències de nombres enters

La potència és una multiplicació de factors iguals:

$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a ... \cdot a$$
$$a \rightarrow base$$
$$n \rightarrow \exp onent$$

Exemples:

$$(+4)^2 = 4^2 = 4 \cdot 4 = 16$$
$$(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 81$$
$$(-3)^5 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -243$$

Potències amb nombres negatius

En elevar un nombre negatiu a una potència:

- **Si l'exponent és parell el resultat és positiu**

$$(-8)^2 = (-8) \cdot (-8) = 64$$

- **Si l'exponent és senar el resultat és negatiu**

$$(-8)^3 = (-8) \cdot (-8) \cdot (-8) = -512$$

Propietats de la potència

- **Potència d'un producte**

$$[(-2) \cdot 5]^3 = (-2)^3 \cdot 5^3$$
$$(-10)^3 = (-8) \cdot 125 \quad \rightarrow (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$
$$-1000 = -1000$$

- **Potència d'un quocient**

$$[(-10) : 5]^3 = (-10)^3 : 5^3$$
$$(-2)^3 = (-1000) : 125 \quad \rightarrow (a : b)^n = a^n : b^n$$
$$-8 = -8$$

- **Producte de potències de la mateixa base**

$(-10)^2 \cdot (-10)^3 = (-10)^{2+3} = (-10)^5$
$100 \cdot (-1000) \qquad \rightarrow a^m \cdot a^n = a^{m+n}$
$-100000 = -100000$

- **Quocient de potències de la mateixa base**

$(-10)^5 : (-10)^3 = (-10)^{5-3} = (-10)^2$
$-100000 : (-1000) \qquad \rightarrow a^m : a^n = a^{m-n}$
$100 = 100$

- **Potència d'una potència**

$\left[(-10)^3\right]^2 = (-10)^{3\cdot 2} = (-10)^6$
$(-1000)^2 \qquad \rightarrow (a^n)^m = a^{n\cdot m}$
$1000000 = 1000000$

<u>1.5 Arrel quadrada de nombres enters</u>

L'arrel quadrada és l'operació inversa d'elevar al quadrat.

$$\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

Els nombres l'arrel quadrada dels quals és un nombre enter s'anomenen *quadrats perfectes.*

Exemples:

$\sqrt{49} = 7 \Leftrightarrow 7^2 = 49$
$\sqrt{400} = 20 \Leftrightarrow 20^2 = 400$

49 i 400 són quadrats perfectes

Un nombre positiu té dues arrels quadrades

$$\sqrt{16} = \begin{cases} 4 \Leftrightarrow (-4)^2 = 16 \\ -4 \Leftrightarrow (-4)^2 = 16 \end{cases}$$

Un nombre negatiu no té arrel quadrada

$\sqrt{-16}$ No existeix. Perquè no hi ha cap nombre el quadrat del qual doni un resultat negatiu.

1.6 Altres arrels de nombres enters

Es poden obtenir arrels d'índex superior a dos.

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

n és *l'índex* i a és el *radicand*

Exemples:

$\sqrt[3]{8} = 2 \Leftrightarrow 2^3 = 8$

$\sqrt[4]{81} = \pm 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^4 = 81 \\ (-3)^4 = 81 \end{cases}$

$\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow (-2)^3 = -8$

$\sqrt[4]{-81} \rightarrow No\_existeix$

Activitats resoltes:

$a) 2^5 \cdot (-3)^5 = [2 \cdot (-3)]^5 = (-6)^5 = -7776$

$b) (-15)^4 : 3^4 = [(-15) : 3]^4 = (-5)^4 = 625$

$c) (-23)^4 \cdot (-23)^2 = (-23)^6 = 23^6$

$d) (-7)^5 : (-7)^3 = (-7)^2 = 49$

$e) \left[(-4)^7 \cdot 4^3\right] : \left[(-4)^2\right]^4 = \left[(-1)^7 \cdot 4^7 \cdot 4^3\right] : (-4)^8 = (-4)^{10} : (-4)^8 = (-4)^2 = 16$

$f) \sqrt{121} = 11$

$g) \sqrt{25} = 5$

$h) \sqrt[3]{-27} = -3 \Leftrightarrow (-3)^3 = -27$

$i) \sqrt[4]{10000} = 10 \Leftrightarrow 10^4 = 10000$

$j) (-1)^6 = 1\_(-1)^7 = -1 = (-1)^6 \cdot (-1)$

$k) 10^2 : 5 = (2 \cdot 5)^2 : 5 = 2^2 \cdot 5^2 : 5 = 2^2 \cdot 5 = 20$

2. FRACCIONS

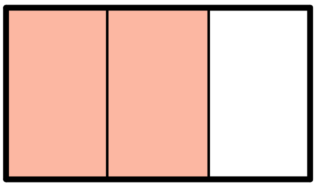
Una fracció és part d'una unitat.
Les fraccions venen representades per:

$\frac{a}{b}$ $\rightarrow$ a és el *numerador* i b és el *denominador*

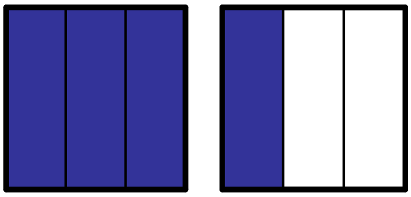
El numerador representa el nombre de parts iguals que agafem de la unitat.
El denominador representa el nombre de parts iguals en que es divideix la unitat.

Exemples:

$\frac{2}{3}$



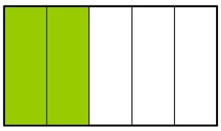
$\frac{4}{3}$



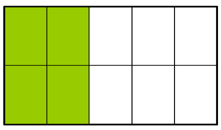
2.1 Fraccions equivalents

Les *fraccions equivalents* són fraccions que sense tenir numerador i denominador igual, representen la mateixa quantitat i el mateix valor numèric.

$\frac{2}{5} = 0{,}4$ $\qquad$ $\frac{4}{10} = 0{,}4$



$\frac{2}{5}$



$\frac{4}{10}$

$\frac{2}{5}$ $\frac{4}{10}$ $\rightarrow$ són fraccions equivalents perquè tenen el mateix valor numèric i representen la mateixa quantitat.

Propietat fonamental de les fraccions

Quan multipliquem o dividim el numerador i el denominador pel mateix nombre, s'obté una fracció equivalent.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n} \qquad \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \qquad \frac{2}{5} \;\; i \;\; \frac{6}{15} \;\; són\ equivalents$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a : n}{b : n} \rightarrow simplificar \qquad \frac{10}{25} = \frac{10 : 5}{25 : 5} = \frac{2}{5}$$

2.2 Suma i resta de fraccions

Cal recordar que si algun dels sumands és un nombre enter, el transformem amb una fracció amb denominador la unitat.

Exemples:

$$2=\frac{2}{1} \quad -3=-\frac{3}{1}$$

Tenim dos casos possibles:

a) Suma de fraccions amb el mateix denominador

Es posa el mateix denominador i es sumen els numeradors

$$\frac{3}{2}+\frac{5}{2}+\frac{-7}{2}=\frac{3+5-7}{2}=\frac{8-7}{2}=\frac{1}{2}$$

b) Suma de fraccions amb distint denominador

1) Busquem el mcm dels denominadors

2) Transformem cada fracció en una fracció equivalent que tingui el denominador comú

$$\frac{2}{3}+\frac{-5}{6}+\frac{3}{8}=\frac{16}{24}+\frac{-20}{24}+\frac{9}{24}=\frac{16-20+9}{24}=\frac{25-20}{24}=\frac{5}{24}$$

$$mcm(3,6,8)=24$$

$$\frac{2}{3}=\frac{16}{24}\rightarrow\begin{cases}24:3=8\\8\cdot 2=16\end{cases} \quad \frac{-5}{6}=\frac{-20}{24}\rightarrow\begin{cases}24:6=4\\4\cdot(-5)=20\end{cases} \quad \frac{3}{8}=\frac{9}{24}\rightarrow\begin{cases}24:8=3\\3\cdot 3=9\end{cases}$$

Sumes i restes amb parèntesis

- **Si se suprimeix un parèntesi precedit del signe més, els signes interiors no varien.**

$$+\left(\frac{4}{5}-\frac{6}{7}+\frac{3}{4}\right)=\frac{4}{5}-\frac{6}{7}+\frac{3}{4}$$

- **Si se suprimeix un parèntesi precedit del signe menys, els signes interiors es transformen; més en menys i menys en més.**

$$-\left(\frac{4}{5}-\frac{6}{7}+\frac{3}{4}\right)=-\frac{4}{5}+\frac{6}{7}-\frac{3}{4}$$

Exemples:

Resolució suprimint prèviament el parèntesis:

$$\left(2-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{13}{12}-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right)=\frac{2}{1}-\frac{4}{3}-\frac{13}{12}+\frac{3}{4}-\frac{1}{6}=\frac{24-16-13+9-2}{12}=\frac{33-31}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$$

Resolució operant dins dels parèntesis:

$$\left(2-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{13}{12}-\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right)=\frac{6-4}{3}-\left(\frac{13-9+2}{12}\right)=\frac{2}{3}-\left(\frac{15-9}{12}\right)=\frac{2}{3}-\left(\frac{6}{12}\right)=\frac{2}{3}-\frac{6}{12}=\frac{2}{3}-\frac{1}{2}=$$
$$=\frac{4-3}{6}=\frac{1}{6}$$

Activitats resoltes:

1) $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+1-\frac{5}{6}=\frac{4-3+12-10}{12}=\frac{16-13}{12}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$
$mcm(3,4,6)=12$

2)
$$\frac{3}{5}+\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{5}+\frac{1}{6}-\frac{2}{3}=\frac{18+5-20}{30}=\frac{23-20}{30}=\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$$
$$\frac{3}{5}+\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)=\frac{3}{5}+\left(\frac{1-4}{6}\right)=\frac{3}{5}+\left(\frac{-3}{6}\right)=\frac{3}{5}-\frac{3}{6}=\frac{3}{5}-\frac{1}{2}=\frac{6-5}{10}=\frac{1}{10}$$

3)
$$\frac{3}{5}-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{10}\right)=\frac{3}{5}-\frac{1}{4}+\frac{1}{10}=\frac{12-5+2}{20}=\frac{14-5}{20}=\frac{9}{20}$$
$$\frac{3}{5}-\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{10}\right)=\frac{3}{5}-\left(\frac{5-2}{20}\right)=\frac{3}{5}-\frac{3}{20}=\frac{12-3}{20}=\frac{9}{20}$$

4)
$$\left(1-\frac{1}{4}\right)-\left(1-\frac{5}{9}\right)-\left(1-\frac{5}{6}\right)=1-\frac{1}{4}-1+\frac{5}{9}-1+\frac{5}{6}=1-1-1-\frac{1}{4}+\frac{5}{9}+\frac{5}{6}=-1-\frac{1}{4}+\frac{5}{9}+\frac{5}{6}=$$
$$=\frac{-36-9+20+30}{36}=\frac{50-45}{36}=\frac{5}{36}$$
$$\left(1-\frac{1}{4}\right)-\left(1-\frac{5}{9}\right)-\left(1-\frac{5}{6}\right)=\frac{4-1}{4}-\left(\frac{9-5}{9}\right)-\left(\frac{6-5}{6}\right)=\frac{3}{4}-\frac{4}{9}-\frac{1}{6}=\frac{27-16-6}{36}=\frac{27-22}{36}=\frac{5}{36}$$

5) $$\frac{7}{12}-\left[1-\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\right)\right]=\frac{7}{12}-\left[1-\left(\frac{8-9}{12}\right)\right]=\frac{7}{12}-\left[1-\left(\frac{-1}{12}\right)\right]=\frac{7}{12}-\left(1+\frac{1}{12}\right)=\frac{7}{12}-\left(\frac{12+1}{12}\right)=$$
$$=\frac{7}{12}-\frac{13}{12}=\frac{7-13}{12}=-\frac{6}{12}=-\frac{1}{2}$$

2.3 Multiplicació de fraccions

El resultat del producte de dues o més fraccions és una altre fracció, el resultat de la qual té per numerador el producte dels numeradors i per denominador el producte dels denominadors.

$$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$$

Exemples:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$$

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{-4}{7}\right)\cdot\left(\frac{3}{-2}\right)=\frac{1\cdot(-4)\cdot 3}{2\cdot 7\cdot(-2)}=\frac{-12}{-28}=\frac{3}{7}$$

2.4 Divisió de fraccions

El resultat del quocient de dues fraccions és un altra fracció, el resultat de la qual té per numerador el producte creuat del primer numerador i el segon denominador, i per denominador el producte creuat del primer denominador per el segon numerador.

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

$$\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$$

A la fracció $\frac{d}{c}$ s'anomena *fracció inversa* de la fracció $\frac{c}{d}$.

El producte de la fracció $\frac{c}{d}$ per la seva fracció inversa $\frac{d}{c}$ és igual a la unitat:

$$\frac{c}{d}\cdot\frac{d}{c}=\frac{c\cdot d}{d\cdot c}=1$$

2.5 Operacions combinades

L'ordre que hem de fer servir per a calcular operacions combinades és el següent:

1) Realitzar les operacions de dins els parèntesis.
2) Realitzar totes els productes i quocients.
3) Realitzar les sumes i les restes.

Simplificar sempre que es pugui les fraccions per a facilitat les operacions.

Exemples:

$$\frac{1}{2}\cdot\left(2+\frac{1}{3}-\frac{5}{6}\right)-\frac{2}{3}:\left(\frac{2}{3}-2\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{12+2-5}{6}\right)-\frac{2}{3}:\left(\frac{2-6}{3}\right)=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{14-5}{6}\right)-\frac{2}{3}:\left(\frac{-4}{3}\right)=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{9}{6}\right)-\frac{2}{3}:\left(\frac{-4}{3}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}+\frac{6}{12}=\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3+2}{4}=\frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{2}\cdot(5-7)+\frac{4}{3}-2\cdot\left(\frac{4}{3}+1\right)=\frac{3}{2}\cdot(-2)+\frac{4}{3}-2\cdot\left(\frac{4+3}{3}\right)=\frac{3}{2}\cdot(-2)+\frac{4}{3}-2\cdot\frac{7}{3}=-\frac{6}{2}+\frac{4}{3}-\frac{14}{3}=$$
$$=-3+\frac{4-14}{3}=-3-\frac{10}{3}=\frac{-9-10}{3}=-\frac{19}{3}$$

Activitats resoltes

1) $\frac{2}{5}\cdot 10 = \frac{2}{5}\cdot\frac{10}{1} = \frac{20}{5} = 4$

2) $\left(2:\frac{1}{2}\right):\frac{1}{5}=\frac{4}{1}:\frac{1}{5}=20$

3) $\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)=\frac{2}{5}\cdot\left(\frac{9-4}{12}\right)=\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{12}=\frac{10}{60}=\frac{1}{6}$

4) $$\frac{2}{5}-\left[1-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)\right]\cdot\frac{3}{4}=\frac{2}{5}-\left[1-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3-2}{6}\right)\right]\cdot\frac{3}{4}=\frac{2}{5}-\left[1-\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{6}\right]\cdot\frac{3}{4}=\frac{2}{5}-\left(1-\frac{2}{18}\right)\cdot\frac{3}{4}=$$
$$=\frac{2}{5}-\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\frac{3}{4}=\frac{2}{5}-\frac{9-1}{9}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2}{5}-\frac{8}{9}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2}{5}-\frac{24}{36}=\frac{2}{5}-\frac{2}{3}=\frac{6-10}{15}=\frac{-4}{15}$$

5) $$\frac{1+\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}-2}=\frac{\frac{2+1}{2}}{\frac{3-8}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{-5}{4}}=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{-5}=\frac{12}{-10}=-\frac{6}{5}$$

6) $\dfrac{\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{4}}{\dfrac{4}{5}-\dfrac{2}{3}}=\dfrac{\dfrac{16-15}{20}}{\dfrac{12-10}{15}}=\dfrac{\dfrac{1}{20}}{\dfrac{2}{15}}=\dfrac{1}{20}\cdot\dfrac{15}{2}=\dfrac{15}{40}=\dfrac{3}{8}$

7) $\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}\right)\cdot\dfrac{3}{5}}{\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}\right)\cdot\dfrac{4}{3}}=\dfrac{\dfrac{5}{6}\cdot\dfrac{3}{5}}{\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{4}{3}}=\dfrac{\dfrac{3}{6}}{1}=\dfrac{3}{6}=\dfrac{1}{2}$

8) $\dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{3}{2}}{\dfrac{2}{5}:\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\cdot(-2)}=\dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}}{\dfrac{6}{5}+\dfrac{1}{10}}=\dfrac{\dfrac{4+3}{6}}{\dfrac{12+1}{10}}=\dfrac{\dfrac{7}{6}}{\dfrac{13}{10}}=\dfrac{7}{6}\cdot\dfrac{10}{13}=\dfrac{70}{78}=\dfrac{35}{39}$

9)
$\left(\dfrac{5}{6}-\dfrac{1}{4}\right):\left[\dfrac{3}{4}-\left(\dfrac{1}{5}+\dfrac{1}{3}\right)\cdot\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{8}\right)\right]-\dfrac{6}{5}=\dfrac{10-3}{12}:\left[\dfrac{3}{4}-\left(\dfrac{3+5}{15}\right)\cdot\left(\dfrac{6-1}{8}\right)\right]-\dfrac{6}{5}=\dfrac{7}{12}:\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{8}{15}\cdot\dfrac{5}{8}\right)-\dfrac{6}{5}=$

$=\dfrac{7}{12}:\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{5}{15}\right)-\dfrac{6}{5}=\dfrac{7}{12}:\left(\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{3}\right)-\dfrac{6}{5}=\dfrac{7}{12}:\dfrac{9-4}{12}-\dfrac{6}{5}=\dfrac{7}{12}:\dfrac{5}{12}-\dfrac{6}{5}=\dfrac{7\cdot12}{12\cdot5}-\dfrac{6}{5}=\dfrac{7}{5}-\dfrac{6}{5}=\dfrac{1}{5}$

2.6 Potències i fraccions

- **Potència d'una fracció**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2=\frac{2^2}{3^2}=\frac{4}{9}$$

- **Potència d'un producte de fraccions**

$$\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^n\cdot\left(\frac{c}{d}\right)^n$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^3\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^3=\left(\frac{5}{6}\cdot\frac{3}{5}\right)^3=\left(\frac{3}{6}\right)^3=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$$

- **Potència d'un quocient de fraccions**

$$\left(\frac{a}{b}:\frac{c}{d}\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^n:\left(\frac{c}{d}\right)^n$$

$$\left(\frac{3}{10}\right)^2:\left(\frac{6}{5}\right)^2=\left(\frac{3}{10}:\frac{6}{5}\right)^2=\left(\frac{15}{60}\right)^2=\left(\frac{3}{12}\right)^2=\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$$

- **Potència d'exponent zero**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0=1$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3:\left(\frac{a}{b}\right)^3=\left(\frac{a}{b}\right)^{3-3}=\left(\frac{a}{b}\right)^0=1$$

- **Potència d'exponent negatiu**

$$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$$

$$\frac{a^3}{a^5}=a^{2-5}=a^{-3}=\frac{1}{a^3}$$

Activitats resoltes

1) $\frac{15^4}{5^4}=\left(\frac{15}{5}\right)^4=3^4=81$

2) $\frac{6^4\cdot 3^4}{9^4}=\frac{(6\cdot 3)^4}{9^4}=\left(\frac{18}{9}\right)^4=2^4=16$

3) $x^3:\left(\frac{1}{x}\right)^2=x^3:x^{-2}=x^{3-(-2)}=x^5$

4) $\left(\frac{a}{b}\right)^3:a^3=\frac{a^3}{b^3}:\frac{a^3}{1}=\frac{a^3}{b^3\cdot a^3}=\frac{1}{b^3}$

2.7 Problemes de fraccions

- **Fracció d'una quantitat**

CÀLCUL D'UNA FRACCIÓ

En una marató han pres la sortida 1155 participants, però durant la prova n'han abandonat 330. Quina fracció del total dels inscrits ha arribat al final?

$$Fracció\ que\ abandona \rightarrow \frac{total\ d'abandonaments}{total\ d'inscrits} = \frac{330}{1155} = \frac{2}{7}$$

$$Fracció\ que\ \ finalitza \rightarrow Fracció\ total - Fracció\ abandonaments = \frac{7}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$$

CÀLCUL DE LA PART (PROBLEMA DIRECTE)

En una marató han pres la sortida 1155 participants. Durant la prova han abandonat $\frac{2}{7}$ dels corredors. Quants han arribat a la meta?

$$Nombre\ d'abandonaments \rightarrow \frac{2}{7}\ de\ 1155 = \frac{1155 \cdot 2}{7} = 330$$

$$Nombre\ dels\ que\ acaben \rightarrow 1155 - 330 = 825$$

CÀLCUL DEL TOTAL (PROBLEMA INVERS)

En una marató han arribat a meta 825 corredors, la qual cosa ocupa $\frac{5}{7}$ dels que van prendre la sortida. Quants de corredors van prendre la sortida?

$$\frac{5}{7}\ del\ total\ són \rightarrow 825$$

$$\frac{1}{7}\ del\ total\ són \rightarrow 825 : 5 = 165$$

$$\frac{7}{7}\ el\ total\ són \rightarrow 165 \cdot 7 = 1155\ corredors$$

Solució: 1155 corredors hi participen en total.

- **Càlcul de la fracció**

CÀLCUL DE LA FRACCIÓ

Un agricultor sembra $\frac{2}{5}$ del seu hort de melons i $\frac{1}{3}$ de síndries. Quina part del terreny queda encara lliure?

$$Fracció\ melons + Fracció\ síndries = \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15}$$
$$Total - Fracció\ sembrada = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$
$$Solució: queden \frac{4}{15}\ del\ terreny$$

CÀLCUL DE LA PART (PROBLEMA DIRECTE)

Un agricultor sembra $\frac{2}{5}$ del seu hort de melons i $\frac{1}{3}$ de síndries. Si l'hort té 3000 m^2, quina superfície queda sense sembrar?

$$Sembrat \rightarrow \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15} \quad Lliure \rightarrow \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$
$$Superfície\ \ lliure \rightarrow \frac{4}{15}\ de\ 3000 = \frac{3000 \cdot 4}{15} = 800m^2$$

Solució: queden sense sembrar 800m^2.

CÀLCUL DEL TOTAL (PROBLEMA INVERS)

Un agricultor sembra $\frac{2}{5}$ del seu hort de melons i $\frac{1}{3}$ de síndries. Si encara li queden 800 m^2 lliures, quina és la superfície de l'hort?

$$Sembrat \rightarrow \frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6+5}{15} = \frac{11}{15} \quad Lliure \rightarrow \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$
$$\frac{4}{15}\ de\ l'hort\ ocupen \rightarrow 800m^2$$
$$\frac{1}{15}\ de\ l'hort\ ocupen \rightarrow 800 : 4 = 200m^2$$
$$\frac{15}{15}\ de\ l'hort\ ocupen \rightarrow el\ total \rightarrow 200 \cdot 15 = 3000m^2$$

Solució: la superfície són 3000m^2.

- **Multiplicació i divisió de fraccions**

PRODUCTE

Un flascó de perfum té la capacitat de $\frac{3}{20}$ de litre. Quants de litres es necessiten per omplir 30 flascons?

$$\frac{3}{20}\cdot 30=\frac{90}{20}=\frac{9}{2}=\frac{8}{2}+\frac{1}{2}=4+\frac{1}{2}$$

Solució: es necessiten 4 litres i mig per omplir 30 flascons.

QUOCIENT

Un flascó de perfum té la capacitat de $\frac{3}{20}$ de litre. Quants de flascons s'omplen amb un bidó la capacitat del qual són quatre litres i mig?

$$\textit{Quatre litres i mig} \rightarrow 4+\frac{1}{2}=\frac{9}{2}l$$

$$\frac{9}{2}:\frac{3}{20}=\frac{180}{6}=30$$

Solució: 30 flascons.

- **Fracció d'una altra fracció**

CÀLCUL DE LA FRACCIÓ

D'un dipòsit de reg que estava ple, s'han extret durant un dematí $\frac{2}{3}$ del contingut, i a l'horabaixa, $\frac{3}{5}$ del que quedava. Quina fracció de dipòsit queda al final del dia?

$$Al\ matí\begin{cases} s'han\ extret\,\frac{2}{3} \\ n'hi\ queden\,\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$A\ l'horabaixa\begin{cases} s'han\ extret\,\frac{3}{5}\ de\ \frac{1}{3} \\ n'hi\ queden\,\frac{2}{5}\ de\ \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{5}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{15} \end{cases}$$

Solució: Al final del dia $\frac{2}{15}$ del dipòsit.

CÀLCUL DE LA PART (PROBLEMA DIRECTE)

D'un dipòsit de reg de 90000 litres que estava ple, se'n treuen durant el dematí $\frac{2}{3}$ del contingut, i l'horabaixa, $\frac{3}{5}$ del que hi quedava. Quants de litres queden al dipòsit?

	Fracció extreta	Fracció restant
Matí	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Horabaixa	$\frac{3}{5}de\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}de\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$

$$Hi\ queden \frac{2}{15}\ de\ 90000l = \frac{2\cdot 90000}{15} = 12000l$$

Solució: al final hi queden 12000 litres al dipòsit

CÀLCUL DEL TOTAL (PROBLEMA INVERS)

D'un dipòsit de reg que estava ple, se'n treuen durant el dematí $\frac{2}{3}$ del contingut, i l'horabaixa, $\frac{3}{5}$ de la resta. Si al final del dia encara hi queden 12000 litres, quina és la capacitat total del dipòsit?

	Fracció extreta	Fracció restant
Matí	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
Horabaixa	$\frac{3}{5}de\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}de\frac{1}{3}=\frac{2}{15}$

$$\frac{2}{15}\ del\ dipòsit\ són \rightarrow 12000l$$
$$\frac{1}{15}\ del\ dipòsit\ són \rightarrow 12000:2=6000l$$
$$\frac{15}{15}\ del\ dipòsit\ són \rightarrow el\ total \rightarrow 6000\cdot 15 = 90000l$$

Solució: el dipòsit té una capacitat de 90000 litres.